Endüstri Mühendisliği Dergisi
Cilt: 17 Sayı: 3 Sayfa: (31-40) Makina Mühendisleri Odası

SINIRLI SIĞALI YERLEŞTİRME-PAYLAŞTIRMA PROBLEMLERİNİN ENİYİ AMAÇ FONKSİYON DEĞERİ İÇİN BİR GÜVEN ARALIĞI BULMA YÖNTEMİ

Osman Can İÇÖZ[1], Harun BAŞER[2], Güçlü BULUT[3], İ.Kuban ALTINEL[1]

[1] Boğaziçi Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümü
[2] Danone Tikveşli
[3] Kibar Holding

ÖZET

Sınırlı sığalı çok tesisli Weber problemi, yerleri ile istemleri önceden belirli n tane müşteriye hizmet sunacak m tane sınırlı sığalı tesisin yerlerinin ve bu müşterilere gönderecekleri mal miktarlarının, toplam gideri enküçükleyecek biçimde hesaplanmasıdır. Amaç fonksiyonunun dış bükey olmaması nedeniyle eniyi çözümün bulunması zordur ve sezgiseller yardımıyla yaklaşık olarak çözümlenir. Bu çalışmada başlangıç tesis yerlerini rassal seçerek rassallaştırılan iki sezgisel yardımıyla, rassal amaç fonksiyon değerlerinden oluşan örnekler üretilmekte ve bu örneklere uç değer istatistiğiyle ilgili sonuçlar uygulanarak eniyi amaç fonksiyon değerini kapsayan güven aralıkları oluşturulmaktadır.

Anahtar kelimeler: Güven aralığı, rassal sezgisel, yerleştirme-paylaştırma problemi

GİRİŞ

Yerleştime-paylaştırma problemleri (YPP) yerleri bilinen n tane müşterinin yine bilinen istemlerini karşılamak için onlara hizmet edecek m tane tesisi nereye açmamız gerektiği sorusuna yanıt ararlar. Problemin amacı tesislerden müşterilere gönderilen malın toplam maliyetini enküçüklemektir. Ayrık ve sürekli olmak üzere temel olarak iki tür YPP vardır. Eğer tesislerin yerleri tüm noktalar arasından değil de belli sayıdaki aday noktalar arasından seçiliyorsa, bu tür problemlere ayrık YPP denir. Öte yandan tesislerin eniyi yerleri düzlemde belirleniyorsa YPP süreklidir. Sürekli YPP lerin diğer bir adı da çok tesisli Weber problemleridir (ÇTWP) (Wesolowsky G., 1993). Eğer yerleştirilecek tesislerin sığaları sınırlıysa, problem sınırlı sığalı çok tesisli Weber problemi (SSÇTWP) adını alır. Problem, tesislerle müşteriler arasındaki uzaklıkları ölçmede kullanılan fonksiyonun türüne göre (dik-yatay, Öklidyen, karesel Öklidyen, l_p) dört şekildedir.

Ökliyden mesafeli sınırlı sığalı YPP için ilk olarak (Cooper, 1972) birerleme yardımıyla kesin çözüm sağlayan bir algoritma önerdi. Yöntem, gerektirdiği bilgisayısal kaynağın çok olması nedeniyle yalnızca küçük boyutlu problemler için kullanılabilir. Bu, ya-

Kocaeli Üniversitesi'nde düzenlenen XXVI. Yöneylem Araştırması ve Endüstri Mühendisliği Ulusal Kongresinde YA/EM '06 Öğrenci Bildirileri Yarışması düzenlenmiştir. Bu yarışmada üçüncülük ödülü kazanan çalışmayı ilgili öğretim üyesinin de katkılarıyla düzenlenmiş haliyle yayın politikası doğrultusunda yayınlıyoruz.

zarın bu problemle ilgili ilk çalışması değildir. Daha önceki bir çalışmasında yaklaşık çözüm bulan iki tane sezgisel yöntem önermişti (Cooper, 1964). Değişimli yerleştirme-paylaştırma (DYP) sezgiseli olarak bilinen ilk algoritma yerleştirme ve paylaştırma alt problemlerini, tesislerin yerlerinde bir değişiklik olmayıncaya kadar sırasıyla çözer. Cooper'ın ikinci sezgiseli, yerleştirme-paylaştırma problemini sığa kısıtlarını gözönüne almadan, sanki tesisler sınırsız sığalıymış gibi, çözer. Eğer bu sezgiselin vardığı çözümde sığa kısıtları sağlanmıyorsa, müşterilerin karşılanmayan istemleri tesislerin sığaları yapay olarak artırılarak karşılanır hale getirilir ve bunun sonucunda da amaç fonksiyonu değeri biraz artar. Sezgiselin algoritması tüm kısıtlar sağlanınca durur.

Kesin çözüm yöntemleri sadece Cooper'ın birerleme yöntemiyle sınırlı değildir. Selim'in dışbükey düzlem kesme yöntemi (Selim,1979) ve Al-Loughani ve diğerlerinin (Al-Loughani ve diğerleri, 2002) dal-sınır algoritması diğer tam çözüm yöntemleridir. Derig'in (Derig, 1985) çalışmasında belirtildiği gibi, dal-sınır algoritmasındaki en önemli nokta keskin alt sınırlar üretmektir çünkü keskin alt (duruma bağlı olarak üst) sınırlar dal-sınır ağacının daha fazla budanmasına neden olarak yöntemin etkinliğini artırır.

Biz bu çalışmada iki sezgisel yöntem kullanarak Öklidyen (ÖSSÇTWP), karesel Öklidyen (KÖSSÇTWP), l_p (LPSSÇTWP) ($1<p<2$ için) ve dik-yatay (DYSSÇTWP) sınırlı sığalı Weber problemlerinin eniyi amaç fonksiyon değerleri için güven aralığı hesaplayacağız. Bu amaçla kullanacağımız ilk sezgisel Cooper'ın DYP sezgiselinin (Cooper, 1972) rassal başlangıçlı sürümüdür. İkinci sezgisel ise rassal ayrık yaklaşıklama sezgiseli adındadır ve son aşamasında DYP yi koşturmaktadır. İstatistiksel olarak hesaplanan güven aralıklarını kullanarak dal-sınır yöntemiyle problemlerin en iyi amaç fonksiyon değerleri daha etkin bulunabilir.

PROBLEM GÖSTERİMİ

SSÇTWP nin herhangi bir uzaklık fonksiyonu d(i, j) için genel gösterimi:

$$\min z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} w_{ij} d(i,j) c_{ij} \qquad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{m} w_{ij} = d_j \qquad j = 1, \dots, n \qquad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n} w_{ij} = s_i \qquad i = 1, \dots, m \qquad (3)$$

$$w_{ij} \geq 0 \qquad i = 1, \dots, m\,;\, j = 1, \dots, n \qquad (4)$$

olarak verilir.

Görüldüğü üzere *m* tesis *n* de müşteri vardır. w_{ij} tesis *i* ve müşteri *j* arasındaki taşınan mal miktarını gösterir, d(i,j) ise tesis *i* ve müşteri *j* arasındaki uzaklığı belirler. c_{ij} tesis *i* ve müşteri *j* arasındaki birim taşıma maliyeti, d_j ve s_i ise sırasıyla müşteri *j* nin istemi ve tesis *i* nin sığasıdır. Kısıt (2) her müşterinin isteminin karşılanmasını, kısıt (3) ise herhangi bir tesisten taşınan mallar toplamının o tesisin sığasına eşit olmasını sağlar. Bunlara ek olarak kısıt (4) ise taşınan mal miktarının sıfırdan küçük olmamasını öngörür. Gösterimden de kolayca görülebileceği gibi toplam istem toplam sunuma eşittir; diğer bir deyişle problem dengelenmiştir.

SSÇTWP nin gösterimindeki taşıma değişkenlerine ait değerler bilindiğinde problem *m* tane tek tesis yerleştirme problemine (kısaca Weber problemine) dönüşür. Weber problemini de çözmek için Weiszfeld algoritması kullanılır (Weiszfeld, 1937). Bu algoritma ilk olarak yalnızca Öklidyen uzaklıklı problemler için önerildiyse de daha sonra karesel Öklidyen ve l_p uzaklık fonksiyonlarını kullanan problemleri de çözebilecek duruma getirildi. (Brimberg ve Love, 1993). Öte yandan eğer tüm tesislerin yerleri biliniyorsa d(i, j) uzaklıkları sabit değerler alır ve problem eniyi taşıma miktarlarını bulmayı amaçlayan taşıma problemine dönüşür.

Dik-yatay uzaklık fonksiyonunu kullanan DYSSÇTWP diğer uzaklık fonksiyonlarını kullanan SSÇTWP sürümlerinden değişik özellikler gösterir: Tesislerin eniyi yerleri müşteri yerlerinden geçen dikme ve yatayların kesişimlerinde bulunan noktalar içinde yer alır (Hurter ve diğerleri, 1973). Bu sonuç (Hansen ve diğerleri, 1980)' de bulunan eniyi tesis yerlerinin müşteri yerlerinin dışbükey örtüsü içinde olduğunu söyleyen diğer bir sonuçla birleştirildiğinde eniyi tesis yerlerine aday noktaların aslında müşteri yerlerinin dışbükey örtüsü içinde kalan kesişim noktalarından *m* tanesinin üzerinde olduğu söylenebilir ve DYSSÇTWP eşdeğer olarak aşağıdaki karışık tamsayılı programlama problemine dönüştürülebilir (Aras ve diğerleri, 2006).

$$\min \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{n} c_{ikj} u_{ikj} \quad (5)$$

$$\text{s.t.} \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{K} u_{ikj} = d_j \qquad j = 1, \dots, m \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^{n} u_{ikj} = s_i y_{ik} \qquad i = 1, \dots, m;\ k = 1, \dots, K \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^{K} y_{ik} = 1 \qquad i = 1, \dots, m \quad (8)$$

$$u_{ikj} \geq 0 \quad (9)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad (10)$$

Bu gösterimde K, aday nokta sayısını simgeler. Geçmiş gösterimlerde olduğu gibi *m* yerleştirilecek tesis sayısını, *n* ise müşteri sayısını simgeler. u_{ikj} değişkeni eğer tesis *i* *k* aday noktasına yerleştirilirse, tesis *i* ve müşteri *j* arasında taşınan mal miktarını belirtir. Diğer değişken y_{ik} ise tesis *i* aday nokta *k* ya yerleştirildiğinde 1 değerini; tesis *i* aday nokta *k* ya yerleştirilmemişse 0 değerini alır. c_{ikj} birim maliyet değişkenidir, tesis *i* *k* aday noktasına yerleştirilmişse, tesis *i* ve müşteri *j* arasındaki bir birim yükün taşıma maliyetini simgeler ve

$$c_{ikj} = d\,(k,j)\, c_{ij} \quad (11)$$

olarak hesaplanır.

Yukarıdaki eşitlikte d (k,j) aday nokta *k* ile müşteri *j* arasındaki uzaklığı, c_{ij} tesis *i* ile müşteri *j* arasındaki 1 birim yükü 1 birim uzaklık taşımanın birim maliyetini gösterir. Eşitlikten de anlaşılacağı gibi birim taşıma maliyeti hem yerleştirilecek tesisin yerine hem de tesisin kendisine bağlıdır. Bunlara ek olarak, problemin gösterimindeki kısıt (6) tüm müşterilerin istemlerinin karşılanmasını ve kısıt (7) ise *k* aday noktasına yerleştirilen tesis *i* den taşınan mal toplamının tesisin sığasına eşit olmasını sağlar. Kısıt (8) her bir tesisin *K* tane aday nokta arasından yalnızca bir tanesine yerleştirilmesini sağlar.

DYSSÇTWP nin bu yeni gösterimi açıkça görülebileceği gibi *K* adet aday noktanın özellikle müşteri yerlerinden geçen dikme ve yatayların kesiminde yer alan, kesişim noktalarından müşteri yerlerinin dışbükey örtüsü içinde kalanları arasından seçildiği bir kesikli YPP dir. Sürekli YPP ye benzer biçimde, tesis yerleri bilindiğinde taşıma problemine dönüşür. Taşınacak miktarlar bilindiğinde ise *m* tane tek tesisli yerleştirme problemi olarak, dik-yatay uzaklıklı tek tesisli yerleştirme problemleri için geliştirilmiş olan ortancaya yerleştirme yöntemi kullanılarak çözülebilir (Love ve diğerleri, 1998).

İKİ RASSAL SEZGİSEL

Daha önceki bölümlerde güven aralıklarının belirlenmesinde kullanılacak iki sezgiselin rassal değişimli yerleştirme paylaştırma (RDYP) ve rassal ayrık yaklaşıklama (RAY) sezgiselleri olduğundan söz edildi. Bu bölümde nasıl çalıştıklarını ayrıntılı olarak açıklamak istiyoruz.

Rassal Değişimli Yerleştirme Paylaştırma (RDYP) Sezgiseli

Anımsanacağı üzere DYP (Cooper, 1972) ilk tesis yerleri verilerek başlar. Sonra bu yerler kullanılarak hesaplanan uzaklıkları amaç fonksiyonunda katsayı olarak barındıran taşıma problemini çözer ve taşınacak miktarları saptar. Taşınacak miktarlar bilindiğinden, bu kez yerleştirme problemini çözerek yeni tesis yerlerini bulur. Süreç bu biçimde ilerleme durana (tesis yerleri veya taşıma miktarları aynı kalana) kadar sırayla bir yerleştirme bir de taşıma problemi çözerek sürer. RDYP ise DYP nin, ilk adımındaki başlangıç tesis yerlerinin, müşteri yerlerinin dışbükey örtüsü içinde rassal olarak seçilmesiyle rassallaştırılan sürümüdür.

RDYP nin adımlarını "Algoritma 1" olarak aşağıda veriyoruz:

Algoritma 1 *Rassal Değişimli Yerleştirme Paylaştırma Sezgiseli*

1. *Başlangıç tesis noktaları için müşterilerin dışbükey örtüleri içerisinden m tane rassal nokta seçilir.*

2. *Her tesis-müşteri çifti için aradaki uzaklık hesaplanır.*
3. *Tesisler ve müşteriler arasındaki taşıma miktarlarını bulmak için taşıma problemi çözülür.*
4. *Bir önceki basamakta bulunan taşıma miktarlarını kullanarak, m tek tesisli yerleştirme problemi çözülerek tesislerin yeni yerleri bulunur.*
5. *Basamak 2, 3 ve 4; tesis yerleri (veya taşınacak miktarlar) değişmemeye başlayıncaya kadar yinelenir.*

RDYP sezgiselinin kullanılmasında tesis ve müşteriler arasındaki uzaklıkları ölçmek amacıyla kullanılan uzaklık fonksiyonunun türüne göre uyarlamalar yapmak gerektiği açıktır. Bunlardan ilki başlangıç noktalarının seçimiyle ilgilidir. Açıkça görüleceği üzere DYSSÇTWP için bu adım sonlu sayıdaki kesişim noktası içinden *m* tanesinin rassal olarak seçilmesiyle oluşur. Diğer uzaklık fonksiyonları için ise bir alan üzerinde rassal koordinatlar üretmek gerekir.

İkincisi ise tek tesisli yerleştirme problemlerinin çözümüyle ilgilidir. ÖSSÇTWP, KÖSSÇTWP ve $1<p<2$ olduğu durumlarda LPSSÇTWP için, yerleştirme adımı Weiszfeld algoritması (Weiszfeld, 1937) ve onun $1<p<2$ için genelleştirilmiş (Brimberg ve Love, 1993) sürümleri kullanılarak gerçekleştirilir. DYSSÇTWP için ise ortancaya yerleştirme algoritması (Love ve diğerleri, 1998) kullanılır.

RDYP sezgiseli rassal başlangıçla seçilen tesis noktalarından başlar ve yerel enküçük amaç fonksiyonun sağlandığı noktada son bulur. Her koşturuluşuna değişik rassal başlangıç noktalarından başladığı için, algoritmayı çok fazla çalıştırarak bilinen en iyi amaç fonksiyon değerini elde etmek olasıdır.

Rassal Ayrık Yaklaşıklama (RAY) Sezgiseli

Kullandığımız ikinci sezgisel (RAY), ilk sezgiselden sadece başlangıç tesis noktalarının atanmasında değişiktir. RDYP sezgiselinde müşterilerin dışbükey örtüsü içerisinden rassal olarak seçilen başlangıç noktaları, RAY sezgiselinde ayrık yerleştirme-paylaştrma problemi (AYPP) çözülerek bulunur. AYPP nin gösterimi DYSSÇP nin gösterimi gibidir. Yalnız AYPP nin oluşturulmasında kullanılan aday tesis yerleri rassal olarak seçilmektedir.

Bu çalışmada yerleştirilecek *m* tesis noktası için müşterilerin dışbükey örtüsünün içersinden *3m* aday nokta rassal olarak seçilmektedir. Bu sayı keyfidir, daha büyük olması sonuç kalitesini artırır ancak ilgili AYPP nin çözümünü zorlaştırır. Daha sonra bu *3m* nokta AYPP ye başlangıç noktası olarak verilir ve AYPP bir tamsayılı programlama çözücüsü kullanılarak çözülür. Çözüm sonucunda çıkan *m* tane nokta DYP sezgiseline başlangıç noktası olarak verilir. RAY sezgiselinin adımları aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

Algoritma 2 *Rassal Ayrık Yaklaşıklama Sezgiseli*

1. *Müşterilerin dışbükey örtüsünün içerisinden 3m nokta rassal olarak seçilir.*
2. *AYPP bu 3m rassal noktayı başlangıç alarak çözülür.*
3. *Bir önceki adımdaki çözüm sonucunda, AYPP gösteriminde yer alan 3m tane aday nokta karar değişkeninden m tanesi 1, 2m tanesi ise 0 olur. Değeri 1 olan m tane nokta, DYP sezgiseline başlangıç tesis noktaları olarak verilir, başka bir deyişle Algoritma 1 in (2)-(5) basamakları arası yinelenir.*

ENİYİ AMAÇ FONKSİYON DEĞERİ İÇİN GÜVEN ARALIĞININ BULUNMASI

Kullanılan iki sezgiseli çok sayıda çalıştırdıktan sonra çok sayıda değişik amaç fonksiyon değeri elde edilir. İki sezgiselin başlangıcı için de başlangıç tesis noktalarını müşterilerin dışbükey örtüsü içerisinden rassal olarak seçilir. Başlangıç tesis yerleri rassal olarak belirlendiği için sonuçta ortaya çıkan amaç fonksiyon değerleri de rassal olur ve bu değerlerin Fisher and Tippett (1928)'de belirtildiği gibi Weibull dağılıma uymasını beklenir. Weibull dağılıma uyan bu rassal sayıları da kullanarak eniyi amaç değeri için güven aralıkları oluşturulabilir.

Güven aralıklarını belirlemek için öncelikle Weibull dağılımın üç parametresinin belirlenmesi gerekir. a, b ve c olarak da gösterilen bu parametreler sırasıyla yer, ölçek ve biçim parametreleridir. Bu parametreleri kestirmek için kesin ve yaklaşıklama olmak üzere iki temel yöntem vardır. Kesin yöntemler pratik olmadığı için biz bu çalışmada bir yaklaşıklama yöntemini kullandık. Kullandığımız yöntem (Altınel ve diğerleri, 2000)'de kullanılan yöntemin aynısıdır. Bu yöntem temel olarak Alt ve Golden (Alt ve diğerleri, 1979) ile Zanakis'in (Zanakis, 1977) çalışmalarını temel alır. RDYP ve RAY 50, 100 ve 250 kez çalıştırdıktan sonra elde ettiğimiz 50, 100 ve 250 örnek amaç fonksiyon değerleri kullanılarak aşağıdaki dört adımda güven aralıklarını bulunur:

i) $v = \min \{ AF_i: 1 \leq i \leq S \}$ eşitliği yardımıyla güven aralığının üst sınırı olan v hesaplanabilir. Bu eşitlikte AF_i, *i* inci koşumda elde ettiğimiz amaç fonksiyon değerini (yani toplam ulaşım maliyetini) ve S ise programın toplam çalışma sayısını simgeler.

ii) $c = [(AF_1) (AF_s)- (AF_2)^2)] / [AF_1 + AF_s -2 (AF_2)]$ eşitliği kullanılarak biçim parametresi olan c bulunur. Eşitlikteki AF_1 değeri sezgisel S kez koşturulduktan sonra bulunan en küçük amaç fonksiyon değerini, AF_2 en küçük ikinci değeri ve AF_s ise en büyük amaç fonksiyon değerini belirtir.

iii) $b = AF_{\lfloor 0.63S \rfloor +1} - c$ eşitliği kullanılarak ölçek parametresi olan b elde edilir.

iv) $\Pr [v\text{-}b/T \leq a \leq v] = 1\text{-}e^{-x}$ eşitliği kullanılarak en iyi amaç fonksiyon değeri a için güven aralığı üretilir. Bu eşitlikte T herhangi bir sayı x ise S/T^c ye eşittir. Güven aralığının alt sınırı v-b/T ile üst sınırı ise v ile gösterilir.

%95 güvenli bir aralık elde etmek istenildiği için $T = (-S/\ln \alpha)^{1/c}$ formülünde α yerine 0,05 koyarak elde edilen T değeri iv nolu adımdaki eşitlikte kullanıldı.

DENEYSEL SONUÇLAR

Bu bölümde her iki sezgiseli de 50, 100 ve 250 kere çalıştırdıktan sonra elde ettiğimiz sonuçları vermekteyiz. Kullandığımız deneme problemleri değişik kaynaklardan alınmış olup genel olarak dört öbekte toplanabilir. İlk öbek Al-Loughani ve diğerleri (199-7)'den elde edilen ÖSSÇTWP deneme problemleri Ö2-Ö11 dir. İkinci öbek, Sherali ve diğerleri, (1992-)'den elde edilen KÖSSÇTWP için kullandığımız 9, 16 ve 21 nolu deneme problemleridir. Üçüncü deneme problemi öbeği, LPSSÇTWP deneme problemlerini (p=1,25 p=1,50 ve p=1,75 için) ve 8, 9 ve 15 nolu DYSSÇTWP problemlerini içerir; tümü Al-Loughani ve diğerleri, (2002)'den alınmıştır. Kim ve diğerleri, (1994)'ten elde edilen son öbek ise DYSSÇTWP için olan 16, 23, 26, 29 ve 30 no'lu deneme problemlerini içerir. Problemlerin bilinen eniyi amaç fonksiyon değerleri ise, ÖSSÇTWP ve LPSSÇTWP için (Al-Loughani ve diğerleri, 2002)'den, KÖSSÇTWP için (Sherali ve diğerleri, 1992)'den elde edilmiştir. DYSSÇTWP nin bilinen en iyi amaç fonksiyon değerleri ise (Kim ve diğerleri, 1994)'den elde edilmiştir.

Sezgisellerin algoritmalarını kodlamak için C programlama dili kullanıldı. Programımız ORLAB kitaplığından (http://www.orlab.org/software/or_prog/or1/index.html) elde edilen taşıma-simpleks ve (http://maven.smith.edu/~orourke/books/ftp.html) kitaplığından elde edilen Graham'in dışbükey örtü bulma algoritmalarının programlarını (Graham, 1972) kullanmaktadır. Dışarıdan alınan programlar düzenlenerek yazdığımız yeni fonksiyonlarla daha etkin hale getirildi. Öte yandan RAY sezgiselinde AYPP'yi çözmek için Cplex 9.1 çözücüsü kullanıldı. (Cplex 9.1 (2005))

Deneme problemlerini çözmek için kullanılan ilk sezgisel (RDYP) Intel Pentium 4 CPU 2.40GHz. işlemcili bilgisayarda çalıştırıldı. Öte yandan ikinci sezgisel AMD Athlon 64 3200+ işlemcili bir bilgisayar üzerinde koşturuldu. İki sezgiselin hesaplama zamanları arasındaki farkın işlemcilerin farklı olmasından değil algoritmaların farklı olmasından kaynaklandığını belirtmekte yarar var. Çünkü iki sezgiselin de DYP kullanan bölümleri yaklaşık sıfır CPU saniye almaktadır ve aralarında dikkate değer bir süre farkı yoktur. Süre farkının ana sebebi RAY sezgiselinde, rassal aday nokta kümesi kullanılarak oluşturulan bir karışık tam sayılı programlama probleminin çözülmesinden kaynaklanmaktadır.

RDYP Sezgiseliyle Elde Edilen Sonuçlar

RDYP sezgiselinin algoritmasını 50, 100 ve 250 kez her seferinde rassal olarak ilk yerleşim noktalarını üreterek çalıştırdık. Değişik ilk koşullarla çalıştırmamızın sebebi DYP sezgiselinin başlangıç noktalarına duyarlı olmasıdır. Bu yüzden de algoritmayı çok sayıda çalıştırmanın sezgisel hakkında daha iyi yorum yapmamızı sağlaması. 250 kez için elde edilen sonuçlar Tablo 1 ve Tablo 2'de verilmektedir. Tabloların problem sütunu 'Ö' Öklidyen, 'KÖ' karesel Öklidyen, 'Lp' Lp mesafeli problemleri belirtir.

'Eniyi Sapma' sütunu algoritmayı 250 kez çalıştırdıktan sonra bulunan eniyi (enküçük) değerin bilinen eniyi (enküçük) değerden sapmasını gösterir ve $100(AF^{bulunan}-AF^{bilinen}) / AF^{bilinen}$ olarak hesaplanır. 'Eniyi Sapma' sütunundaki eksi sayılar bizim yazında bilinen enküçük amaç fonksiyon değerinden daha küçük bir amaç fonksiyon değeri elde ettiğimiz anlamına gelir. Bunun bilinen enküçük değeri aldığımız makalelerdeki basım yanlışlarından kaynaklandığını düşünüyoruz. Tablolardaki 'ortalama sapma' ve 'enkötü sapma' isimli sütunlar ise sırasıyla bizim bulduğumuz ortalama amaç fonksiyon değerinin ve en kötü (enbüyük) amaç fonksiyon değerinin bilinenden sapmasını gösteriyor ve eniyi sapmanın hesaplandığı sapma formülü kullanılarak hesaplanıyor. Tablo 2'de Tablo 1'den farklı olarak bulunan 'K' sütunu ise müşteri noktalarından geçen yatay ve dikey çizgilerin kesişim noktalarından dışbükey örtünün içerisinde kalanlarının sayısını, yani aday noktaların sayısını, verir. 'Güven Aralığı' sütununda her deneme problemi için bizim (12)-(15) arasındaki eşitlikleri kullanarak hesapladığımız güven aralıklarının alt ve üst sınırlarını görebilirsiniz. Bir sağındaki sütunda ise aralıkların uzunluğu verilmektedir. En son sütun ise 250 kez çalışmada geçen bilgisayar zamanını içerir. Beklenildiği gibi toplam çözüm zamanı tesis sayısı ve/veya müşteri sayısı arttıkça artar. 50 ve 100 örnekle elde edilen güven aralıklarını yer kısıtları nedeniyle burada veremedik. İlgili okuyucu (İçöz ve diğerleri, 2006)'dan ulaşabilir.

Tablo 1: RDYP Sezgiseliyle Ö/KÖ/LP SSÇTWP nin 250 kez Çalıştırma Sonuçları

Problem	(m,n)	Eniyi Amaç Fonk. Değeri	Eniyi Sapma	Ortalama Sapma	En kötü Sapma	Güven Aralığı (α=0,05)	Aralık Uzunluğu	Zaman (sn)
Ö2	(2,4)	247,28	0,0	33,1	130,5	[247,28 - 247,30]	0,02	0,60
Ö3	(2,4)	214,34	0,0	31,4	86,2	[56,45 - 214,37]	157,92	0,69
Ö4	(3,5)	24	0,0	36,2	194,4	[18,07 - 24,00]	5,93	1,19
Ö5	(3,5)	73,96	0,0	202,0	845,4	[0,00 - 73,96]	73,96	1,43
Ö6	(3,9)	221,4	0,0	73,4	228,0	[28,20 - 221,41]	193,21	1,65
Ö7	(3,9)	871,62	0,0	21,7	34,1	[670,84 - 871,64]	200,60	1,43
Ö8	(4,8)	609,23	0,0	49,1	108,4	[280,37 - 609,24]	328,87	1,82
Ö9	(5,15)	8169,79	0,6	38,0	91,0	[4489,80 - 8215,55]	3725,75	7,15
Ö10	(5,20)	12846,87	0,7	45,6	243,5	[2279,81 - 12936,00]	10656,19	24,68
Ö11	(5,20)	1107,18	17,8	61,9	195,1	[874,15 - 1304,08]	429,93	13,33
KÖ9	(4,8)	875,34	0,0	89,3	275,7	[0,00 - 875,34]	875,34	0,90
KÖ16	(4,15)	3800,54	-5,5	47,5	115,9	[1052,72 - 3591,52]	2538,80	1,73
KÖ21	(4,24)	6805,43	0,0	18,0	43,1	[5365,43 - 6805,45]	1440,02	4,07
Lp8, *p*=1,25	(4,8)	710,2	-4,3	46,7	108,0	[255,36 - 679,43]	424,07	2,52
Lp8, *p*=1,50	(4,8)	661,9	0,0	47,9	120,2	[321,49 - 661,91]	340,42	2,42
Lp8, *p*=1,75	(4,8)	630,72	0,0	51,8	137,7	[266,79 - 630,78]	363,99	2,58
Lp9, *p*=1,25	(5,15)	8998,93	0,3	45,2	91,1	[3536,93 - 9028,68]	5491,75	14,27
Lp9, *p*=1,50	(5,15)	8646,61	0,0	44,7	95,6	[3939,56 - 8646,62]	4707,06	10,90
Lp9, *p*=1,75	(5,15)	8350,95	0,5	38,6	96,1	[4412,23 - 8393,50]	3981,27	11,81
Lp15, *p*=1,25	(5,10)	3046,07	2,2	81,7	281,7	[433,22 - 3113,45]	2680,23	6,24
Lp15, *p*=1,50	(5,10)	2827,55	25,0	72,9	219,3	[2094,84 - 3534,27]	1439,43	6,70
Lp15, *p*=1,75	(5,10)	2689,12	1,2	75,4	212,5	[668,76 - 2721,73]	2052,97	5,01

Tablo 2: RDYP Sezgiseliyle DYSSÇTWP nin 250 kez Çalıştırma Sonuçları

Problem	(m,n)	K	Eniyi Amaç Fonk. Değeri	Eniyi Sapma	Ortalama Sapma	En kötü Sapma	Güven Aralığı (α=0,05)	Aralık Uzunluğu	Zaman (sn)
8	(4,8)	22	793	6,7	54,8	121,9	[420,23 - 846,00]	425,77	0,50
9	(5,15)	71	9619	0,2	52,2	105,1	[3516,81 - 9634,00]	6117,19	1,44
15	(5,10)	29	3427	1,2	92,2	282,5	[35,38 - 3467,00]	3431,62	0,81
16	(4,10)	33	259	0,0	43,4	101,9	[109,57 - 259,00]	149,43	0,77
23	(5,8)	30	238	0,0	41,9	103,4	[128,06 - 238,00]	109,94	0,68
26	(5,12)	62	284	0,0	58,1	144,4	[96,94 - 284,00]	187,06	0,96
29	(5,15)	116	729	0,5	24,7	54,7	[536,19 - 733,00]	196,81	2,19
30	(5,20)	189	746	1,3	12,7	35,9	[666,46 - 756,00]	89,54	3,71

RAY Sezgiseliyle Elde Edilen Sonuçlar

RDYP sezgiseliyle yapılan 50, 100 ve 250 kez çalıştırmanın aynısını RAY sezgiselini kullanarak da yapıldı. Tablo 3 ve Tablo 4'ten RAY sezgiseli için tüm sonuçlar görülebilir. RAY sezgiselinin 50 ve 100 kez çalışması sonucu oluşan güven aralıklarına da, yine (İçöz ve diğerleri, 2006)'dan ulaşmak olanaklıdır.

Tablo 3: RAY Sezgiseliyle Ö/KÖ/LP SSÇTWP nin 250 kez Çalıştırma Sonuçları

Problem	(m,n)	Eniyi Amaç Fonk. Değeri	Eniyi Sapma	Ortalama Sapma	En kötü Sapma	Güven Aralığı (α=0,05)	Aralık Uzunluğu	Zaman (sn)
Ö2	(2,4)	247,28	0,0	25,8	129,7	[247,28 - 247,30]	0,02	14,299
Ö3	(2,4)	214,34	0,0	33,2	86,2	[56,45 - 214,37]	157,92	14,184
Ö4	(3,5)	24	0	37,6	194,4	[18,07 - 24,00]	5,93	15,242
Ö5	(3,5)	73,96	-0	189,2	845,4	[0,00 - 73,96]	73,96	16,993
Ö6	(3,9)	221,4	0	53,7	181,4	[158,68 - 221,41]	62,73	20,66
Ö7	(3,9)	871,62	0,0	22,2	47,1	[670,84 - 871,64]	200,80	19,322
Ö8	(4,8)	609,23	5,9	52,7	108,4	[316,13 - 645,16]	329,03	33,074
Ö9	(5,15)	8169,79	0,6	34,9	93,6	[4447,14 - 8215,55]	3768,41	87,404
Ö10	(5,20)	12846,87	0,4	45,6	242,6	[1864,24 - 12894,71]	11030,47	70,953
Ö11	(5,20)	1107,18	20,4	70,9	231,7	[484,82 - 1333,59]	854,77	79,874
KÖ9	(4,8)	875,34	0,0	96,0	288,0	[0,00 - 875,35]	875,35	38,94
KÖ16	(4,15)	3800,54	-5,5	44,0	123,7	[1173,27 - 3591,52]	2418,25	59,11
KÖ21	(4,24)	6805,43	0,0	19,8	76,4	[5308,81 - 6805,46]	1496,65	94,12
Lp8, *p*=1,25	(4,8)	710,2	0,0	49,6	135,2	[302,29 - 710,22]	389,93	31,90
Lp8, *p*=1,50	(4,8)	661,9	0,0	49,1	137,0	[268,60 - 661,98]	393,38	32,026
Lp8, *p*=1,75	(4,8)	630,72	0,0	47,4	135,2	[292,38 - 630,79]	338,41	32,325
Lp9, *p*=1,25	(5,15)	8998,93	0,3	29,4	105,4	[4586,90 - 9028,68]	4441,78	98,35
Lp9, *p*=1,50	(5,15)	8646,61	0,0	28,8	89,1	[4871,65 - 8646,62]	3774,97	93,645
Lp9, *p*=1,75	(5,15)	8350,95	0,0	30,0	106,1	[4945,79 - 8350,95]	3405,16	90,868
Lp15, *p*=1,25	(5,10)	3046,07	2,2	56,2	190,6	[1166,92 - 3113,47]	1946,55	57,21
Lp15, *p*=1,50	(5,10)	2827,55	12,4	66,2	219,3	[1421,40 - 3177,60]	1756,20	59,256
Lp15, *p*=1,75	(5,10)	2689,12	2,3	76,0	229,0	[73,86 - 2750,97]	2677,11	59,302

Tablo 4: RAY Sezgiseliyle DYSSÇTWP nin 250 kez Çalıştırma Sonuçları

Problem	(m,n)	K	Eniyi Amaç Fonk. Değeri	Eniyi Sapma	Ortalama Sapma	En kötü Sapma	Güven Aralığı (α=0,05)	Aralık Uzunluğu	Zaman (sn)
8	(4,8)	22	793	0,0	24,0	89,4	[555,33 - 793,00]	237,67	33,26
9	(5,15)	71	9619	0,0	2,9	14,3	[9279,16 - 9619,00]	339,84	73,37
15	(5,10)	29	3427	0,0	13,3	88,7	[2925,65 - 3427,00]	501,35	54,55
16	(4,10)	33	259	0,0	3,5	53,3	[259,00 - 259,00]	0,00	46,71
23	(5,8)	30	238	0,0	5,8	74,8	[235,06 - 238,00]	2,94	45,52
26	(5,12)	62	284	0,0	10,8	121,8	[268,25 - 284,000]	15,75	90,88
29	(5,15)	116	729	0,0	5,8	28,4	[680,30 - 729,00]	48,70	80,63
30	(5,20)	189	746	-0,4	6,5	26,1	[687,88 - 743,00]	55,12	494,33

İki Sezgiselin Başarımlarının Karşılaştırılması

RDYP ve RAY sezgisellerinin başarımları güven aralığının kapsamı, güven aralığı uzunluğu ve ortalama sapma açılarından karşılaştırılabilir.

Güven aralıklarının iyi olması için aralığın alt sınırının bilinen en iyi değerden küçük olması yani aralığın bilinen en iyi amaç fonksiyon değerini içermesi gerekir. Tablo 5'te 50, 100 ve 250 örnek için ve değişik uzaklık ölçümlü problemler için aralığın kapsamı dışında kalan problem sayısı görülebilir (yazından daha iyi değer bulunan problemler, yani bilinen en iyi değerin güven aralığının üst sınırından büyük olduğu problemler kapsam içerisinde kabul edilmiştir). Tablo 5'teki Ö, KÖ ve Lp daha önceki tablolarda gösterildiği gibi sırasıyla Öklidyen, karesel Öklidyen ve l_p uzaklık fonksiyonlu problemleri belirtir. DY ise dik-yatay mesafeli problemleri belirtmektedir. Tablonun en altında da her sayıdaki problem çalıştırma için başarı yüzdelerini verdik. Beklenildiği gibi 250 amaç fonksiyon değeriyle elde edilen güven aralıkları daha dar, yani daha iyidir. Öte yandan iki sezgiseli karşılaştırmak istersek RAY sezgiseliyle bulunan güven aralıklarının RDYP sezgiselinden daha başarılı olduğu görülür. İki sezgiselin de son kısmında Cooper'ın DYP sezgiseli kullanılmaktadır. DYP başlangıç noktalarına duyarlıdır ve RAY sezgiselinde başlangıç noktaları rassal olarak değil de AYPP çözülerek bulunduğu için daha iyi sonuçlar vermektedir.

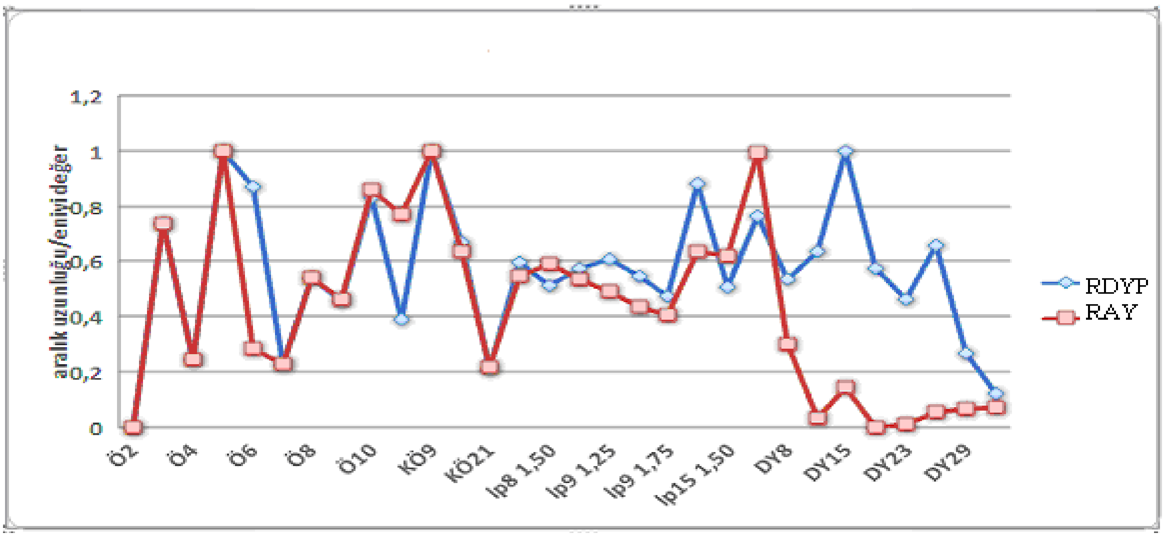
Güven aralıklarının iyi olmasının diğer bir ölçütü de dar olmalarıdır. Tüm deneme problemleri için '(aralık uzunluğu) / (bilinen eniyi amaç fonksiyon değeri)' oranıyla aralıkların darlığı iki sezgisel için karşılaştırılabilir. Şekil 1'den görülebileceği gibi ÖSSÇTWP, KÖSSÇTWP ve LPSSÇTWP güven aralıkları için iki sezgisel arasında büyük bir ayrılık görülmüyor. Ancak DYSSÇTWP için iki sezgisel arasında belirgin bir ayrılık göze çarpıyor: RAY sezgiseliyle elde edilen güven aralıkları RDYP sezgiseliyle elde edilenlerden

Tablo 5: Aralık Kapsamı Dışında Kalan Problem Sayıları ve Başarı Yüzdeleri

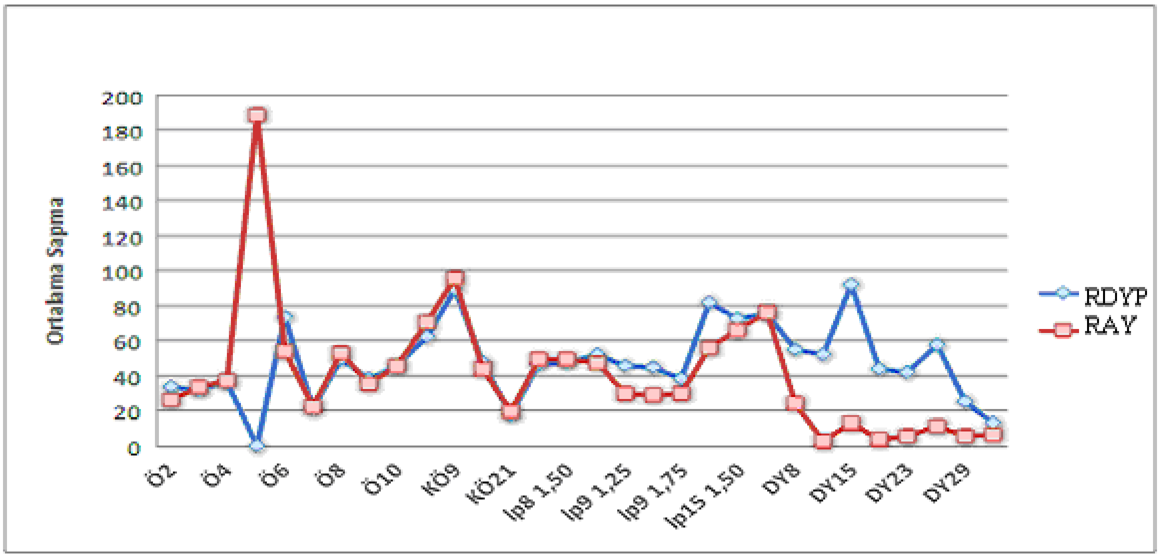
	RDYP			RAY		
	50	100	250	50	100	250
Ö	0	0	0	0	0	0
KÖ	0	0	0	0	0	0
LP	2	1	0	0	0	0
DY	1	0	0	0	0	0
	90	96,7	100	100	100	100

çok daha dar. Bu daha önce de belirttiğimiz gibi başlangıç noktalarını seçme yöntemlerinden kaynaklanıyor ve başlangıç tesis noktalarını belirlemek için çözülen AYPP de DYSSÇTWP gibi sürekli değil ayrık bir problem olduğu için RAY sezgiselini kullanarak DYSSÇTWP için çok daha iyi (dar) güven aralıkları elde edebilmemiz olanaklı oluyor.

İki farklı sezgisel kullanarak bulunan amaç fonksiyon değerleri Şekil 2'de ortalama sapma bakımından karşılaştırıldı. Bir önceki paragrafta açıklanan, güven aralığı darlığı karşılaştırmasında olduğu gibi, ortalama sapma açısından da ÖSSÇTWP, KÖSSÇTWP ve LPSSÇTWP için iki sezgisel arasında belirgin bir fark yoktur. Öte yandan DYSSÇTWP denemeleri için RAY sezgiseliyle elde edilen ortalama sapma değerleri RDYP sezgiseliyle bulunanlardan belirgin olarak daha düşüktür. Bunda da yine başlangıç yöntemlerinin etkili olduğunu düşünüyoruz.



Şekil 1: *RDYP ve RAY Sezgisellerinin Güvenli Aralık Uzunlukları Açısından Karşılaştırılması*



Şekil 2: *RDYP ve RAY Sezgisellerinin Ortalama Sapma Açısından Karşılaştırılması*

SONUÇ

Bu çalışmada Öklidyen, karesel Öklidyen, l_p ve dikey-yatay uzaklık fonksiyonu kullanan sınırlı sığalı çok tesisli Weber problemleri üzerinde durduk ve eniyi amaç fonksiyon değerleri için güven aralıkları oluşturduk.

Rassal iki aşamalı sezgisel (RDYP) ile elde edilen güven aralıkları bilinen eniyi amaç fonksiyon değerini çoğunlukla içerirken, rassal ayrık yaklaşıkılma sezgiseli (RAY) ile bulunan güven aralıklarının hepsi bilinen eniyi amaç fonksiyon değerini içerir. Bu nedenle RAY'ın daha başarılı olduğu söyleyenebilir.

Güven aralığı darlığı ve ortalama sapma açısından ise iki sezgisel arasında dik-yatay uzaklık fonksiyonlu problemler dışında büyük bir değişiklik yoktur. Bunlar için ise RAY sezgiseli çok daha iyi sonuçlar verdi. Öte yandan tabloların zaman sütunlarından da açıkça görülebileceği üzere RDYP sezgiseli RAY sezgiselinden daha etkindir. Bunun nedeni RAY sezgiselinin bir karışık tam sayılı programlama probleminin çözümünü gerektirmesidir.

KAYNAKÇA

1. Al-Loughani, L., (1997). Algorithmic Approaches for Solving the Euclidean Distance Location-allocation Problems, Ph. D. Dissertation, Industrial and System Engineering , Viginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburgh, Virginia.
2. Al-Loughani L., H. D. Sherali, Iand S. Subramanian, Global optimization Procedures for the Capacitated Euclidean and l_p Distance Multifacility Location-allocation Problems, Operations Research 50 (2002), 433-448.
3. Alt FB.,Golden B, Interval Estimation of a Global Optimum for large Combinatorial Problems. Naval Research Logistic Quarterly 1979;26:69-77.
4. Altınel İ.K., Aras N., Oommen B. John, Fast, Efficient and Accurate Solutions to the Hamiltonian Path Problem Using Neural Approaches, Computers & Operations Research 27 (2000), 461-494.
5. Aras N., Orbay M, and Altınel İ.K., (2006). "Efficient Heuristics For the Rectilinear Distance Capacitated Multi-Facility Weber Problem", Accepted for Publication in Journal of the Operational Research Society.
6. Brimberg J. and Love R.F., Global Convergence of a Generalized İterative Procedure for the Minimum Location Problem in l_p Distances, Operations Research 41 (1993), 1153-1163.
7. Cooper L., The transportation-location Problem, Operations Research 20 (1972), 94- 108.
8. Cooper L., Heuristic Methods for Location-allocation Problems., SIAM Review 6 (1964), 37-52.
9 Cooper L., Solutions of Generalized Locational Equilibrium Models, Journal of Regional Science 7 (1967), 1-18.
10. Derigs U. Using Confidence Limits for the Global Optimum in Combinatorial Optimization. Operations Research 1985;33:1024-49.
11. Fisher R, Tippet L. Limiting Forms of the Frequency Distribution of the Largest or Smallest Number of a Sample. Proceedings of Cambridge Philosophical Society 1928; 24:180-91.
12. Francis RL, McGinnis LF and White JA (1992). Facility Layout and Location: An Analytical Approach, 2nd edition. Prentice Hall, New Jersey.
13. Graham R.L., An Efficient Algorithm for Determining the Convex Hull of a Finite Planar Set, Information Processing Letters 7 (1972), 175-180.
14. P. Hansen, J. Perreur, and J.-F. Thisse. Location Theory, Dominance, and Convexity: Some Further Results. Operations Research, 28(5):1241–1250, 1980.
15. Hurter A.P. and Wendell R.E., Location Theory, Dominance and Convexity, Operations Research 21 (1973), 314-320.
16. İçöz O.C, Başer H., Bulut G. (2006) Yayınlanmamış Endüstri Mühendisliği Bitirme Pojesi Raporu, Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul, Türkiye.
17. Kim S., Sherali HD and Ramachandran S and (1994). A Localization and Reformulation Discrete Programming Approach for the rectilinear Distance Location-allocation Problem. Discrete Appl Math 49: 357-358.
18. Love RF, Morris and Weselowsy G (1998). Facilities Location and Methods, Elsevier Science Publishing Co., New York.
19. Selim S., Biconvex Programming and Deterministic and Stochastic Location Allocation Problems. Ph.D. Dissertation, School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia, 1979.
20. Sherali H.D. and Tunçbilek C.H., A Squared-Euclidean Distance Location-allocation, Naval Research Logistic 39 (1992), 447-469.
21. Weiszfeld E., Sur le Point Lequal la Somme des Distances de n points Donné est Minimum, Tohoku Mathematics Journal 43 (1937), 355-386.
22. Wesolowsky G., The Weber Problem: History and perspectives, Location Science 1 (1993), 5-23.
23. Zanakis S. (1977). Computational Experince With Some Nonlinear Optimization Algorithms in Deriving Maximum Likelihood Estimates for the Three-parameter Weibull distribution. TIMS Studies in the Management Sci. 7, 63-77